



第三章 债券的价格

- 本章内容提要
- 普通附息债券的定价
- 贴现因子、即期利率与远期利率
- 各类债券的定价公式



第三章 债券的价格

- 例：债券 A 的要素如下
- 2010年5月发行，2015年5月31日到期
- 票面利率为 $(17/8)\%$ ，每半年支付一次利息
- 面值100万元



第三章 债券的价格

■ 表1.到期日2019年5月31日到期的6年期债券的现金流

日期	息票支付	本金支付	日期	息票支付	本金支付
2010. 11. 30.	10625		2013. 5. 31.	10625	
2011. 5. 31.	10625		2013. 11. 30.	10625	
2011. 11. 30.	10625		2014. 5. 31.	10625	
2012. 5. 31.	10625		2014. 11. 30.	10625	
2012. 11. 30.	10625		2015. 5. 31.	10625	1000000



第三章 债券的价格

■ 表2. 2013年5月6日若干债券价格 (面值100元)

息票率%	到期日	价格	息票率%	到期日	价格
5/4	2010. 11. 30.	100. 550	7/2	2013. 5. 31.	106.760
39/8	2011. 5. 31.	104. 513	2	2013. 11. 30.	101.552
5/2	2011. 11. 30.	105. 856	9/4	2014. 5. 31.	101.936
19/4	2012. 5. 31.	107. 966	17/8	2014. 11. 30.	100.834
27/8	2012. 11. 30.	105. 869			



第三章 债券的价格

- 例：债券 A 的要素如下
 - 2010年5月发行，2015年5月31日到期
 - 票面利率为 $(17/8)\%$ ，每半年支付一次利息
 - 面值100万元
-
- 根据上述市场价格，此债券是否值得购买？
 - ----此债券的价值如何？



第三章 债券的价格

- **债券价值**-----是指债券未来现金流的现值，也称为债券的内在价值、债券的理论价值。
- 债券价值是确定债券投资决策时的重要指标之一。
- 由于债券的付息与本金偿还都发生在未来，投资者对未来收益权愿意支付的价格，取决于将来所获得的货币价值与现在所持有现金价值的比较，只有债券价值大于市场上的购买价格时才值得购买。



第三章 债券的价格

- 债券价值的计算：
- 任何一种债券都是由不同时间的现金流组成，由货币的时间价值计算原理可以计算出债券的现值。
- 现金流
- 贴现率



第三章 债券的价格

- 普通付息债券价值计算公式：

- $$V = \sum_{t=1}^n \frac{I}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}$$



第三章 债券的价格

- 一价定律
- 在没有其他因素（流动风险、融资风险、税收信用风险等）的影响下，同样现金流的债券具有同样的价格。



第一节 债券价格变化的特征

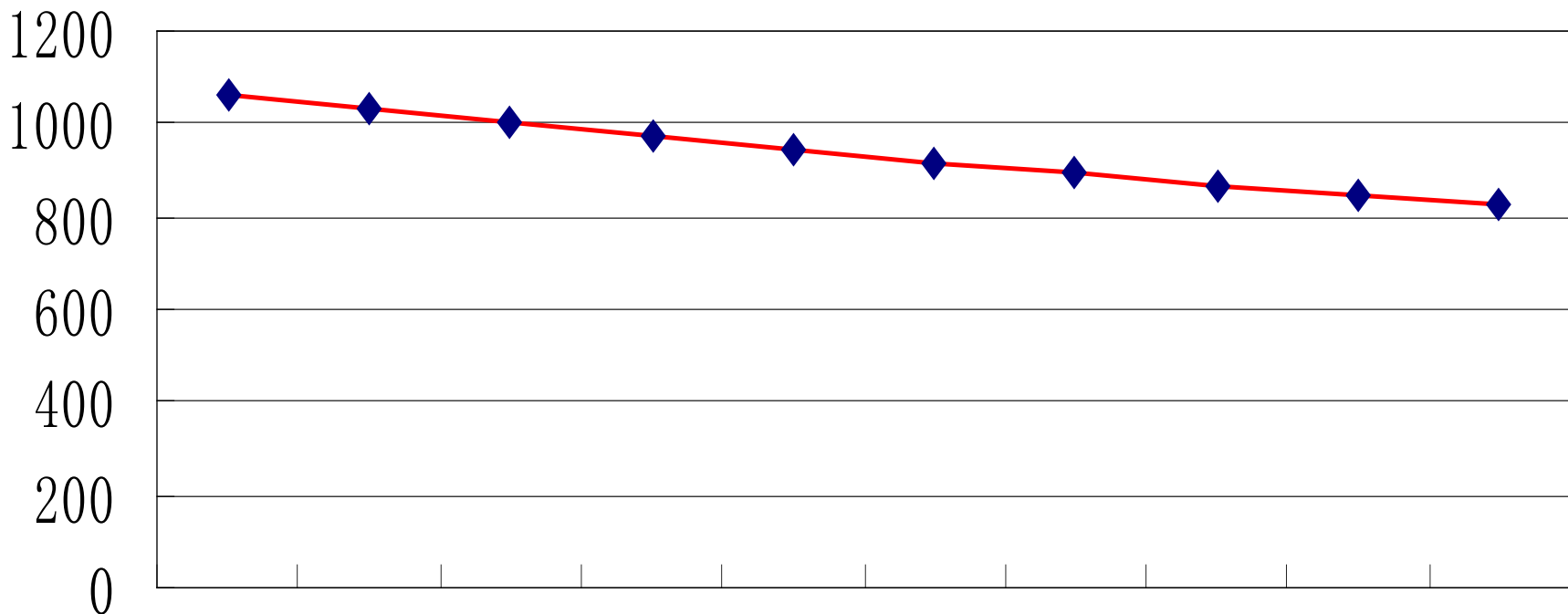
- **例1** 一种债券的面值为1000元，票面利率为6%，2016年10月15日到期，每年的4月15日和10月15日分别支付一次。计算该债券在2009年10月15日的价格。



第一节 债券价格变化的特征

收益率	息票现值（元）	面值现值（元）	债券价额（元）
5.0%	350.73	707.73	1058.46
5.5%	344.73	684.00	1028.73
6.0%	338.88	661.12	1000.00
6.5%	333.18	639.06	972.24
7.0%	327.62	617.78	945.40
7.5%	322.19	597.26	919.45
8.0%	316.89	577.48	894.37
8.5%	311.73	558.39	870.12
9.0%	306.68	539.97	846.65
9.5%	301.76	522.21	823.97

价格

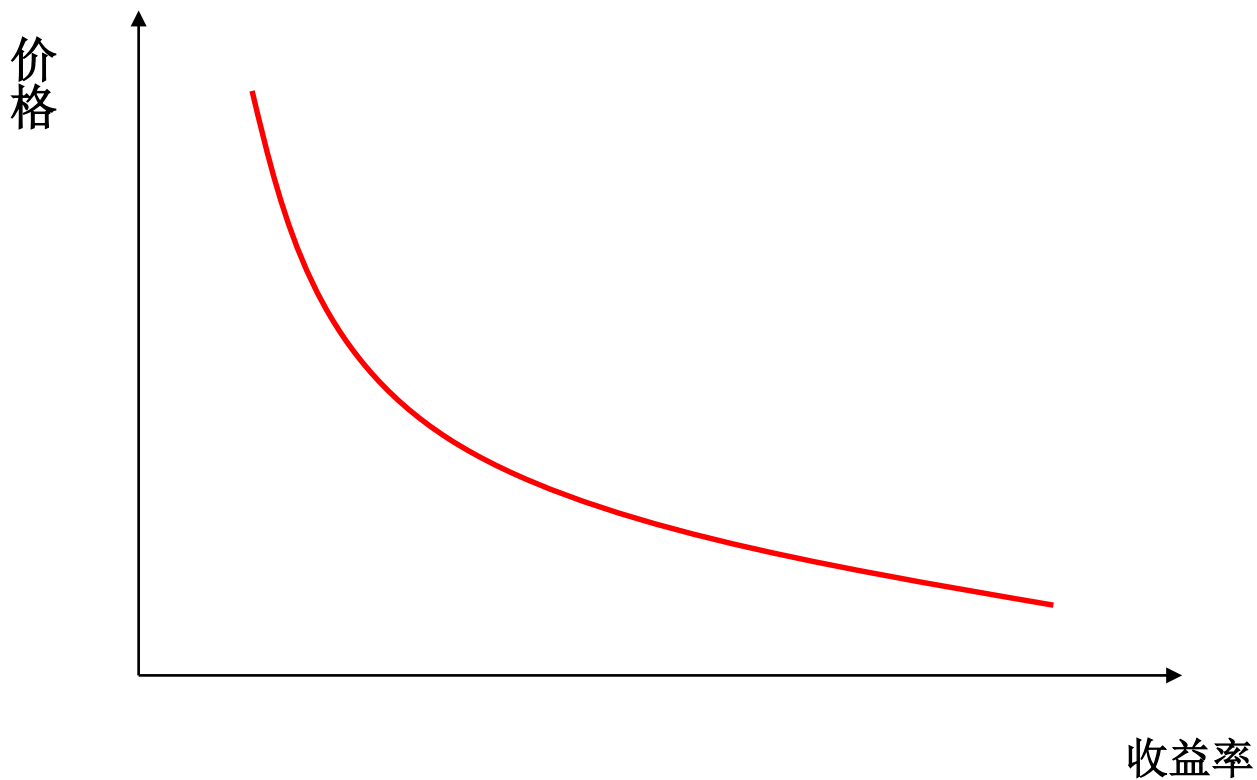


5.00% 5.50% 6.00% 6.50% 7.00% 7.50% 8.00% 8.50% 9.00% 9.50%

收益率

价格-收益率曲线

第一节 债券价格变化的特征





第一节 债券价格变化的特征

- 价格收益率曲线的微分性质：
- 记债券的价格收益率函数为 $P=P(r)$ ，则有
- 一阶导数小于零；
- 二阶导数大于零。



第一节 债券价格变化的特征

- 价格-收益率曲线的解释：
- 当收益率水平很高时，债券价值会很低，价格也低；
- 当收益率水平很低时，债券价值会很高，价格也高；
- 当收益率接近于零时，债券价值接近于现金流的总和。



第一节 债券价格变化的特征

- 价格变动的不对称性
- 例：有5年期息票率为7%的债券，

- 例:有5年期息票率为7%的债券,

期限	现金流	初始利率	变化幅度 (基点)			
		6.00				
1	35	33.98				
2	35	32.99				
3	35	32.03				
4	35	31.10				
5	35	30.19				
6	35	29.31				
7	35	28.46				
8	35	27.63				
9	35	26.82				
10	1035	770.14				
债券价值		1042.65				
债券价格变化幅度						

- 例:有5年期息票率为7%的债券, 当市场收益率为6%时, 价格为1042.65美元,

期限	现金流	初始利率	变化幅度 (基点)			
		6.00				
1	35	33.98				
2	35	32.99				
3	35	32.03				
4	35	31.10				
5	35	30.19				
6	35	29.31				
7	35	28.46				
8	35	27.63				
9	35	26.82				
10	1035	770.14				
债券价值		1042.65				
债券价格变化幅度						

- **例:**有5年期息票率为7%的债券，其当前价格为1042.65美元，收益率为6%，**如果市场要求收益率上升50或100个基点，其价格变化将分别下降2.07%和4.09%。**

期限	现金流	初始利率	变化幅度（基点）			
			50	100		
		6.00	50.00	100.00		
1	35	33.98	33.90	33.82		
2	35	32.99	32.83	32.67		
3	35	32.03	31.80	31.57		
4	35	31.10	30.80	30.50		
5	35	30.19	29.83	29.47		
6	35	29.31	28.89	28.47		
7	35	28.46	27.98	28.47		
8	35	27.63	27.10	26.58		
9	35	26.82	26.25	25.68		
10	1035	770.14	751.69	733.73		
债券价值		1042.65	1021.06	1000.00		
债券价格变化幅度			-2.07%	-4.09%		

- 例:有5年期息票率为7%的债券，其当前价格为1042.65美元，收益率为6%，如果市场要求利率上升50和100个基点，其价格将分别下降2.07%和4.09%。如果利率下降50或100个基点，则债券会上升2.12%和4.30%。

期限	现金流	初始利率	变化幅度（基点）			
			50.00	100.00	-50.00	-100.00
		6.00	50.00	100.00	-50.00	-100.00
1	35	33.98	33.90	33.82	34.06	34.15
2	35	32.99	32.83	32.67	33.15	33.31
3	35	32.03	31.80	31.57	32.26	31.71
4	35	31.10	30.80	30.50	31.40	30.93
5	35	30.19	29.83	29.47	30.56	30.18
6	35	29.31	28.89	28.47	29.74	29.44
7	35	28.46	27.98	28.47	28.95	28.73
8	35	27.63	27.10	26.58	28.17	28.03
9	35	26.82	26.25	25.68	27.42	808.54
10	1035	770.14	751.69	733.73	789.08	1087.52
债券价值		1042.65	1021.06	1000.00	1064.80	1087.52
债券价格变化幅度			-2.07%	-4.09%	2.12%	4.30%



第一节 债券价格变化的特征

- **结论：**利率变化幅度越大，对价格的影响也越大；即使利率上升或下降的绝对数字一样，比如上下50个基点，对价格的影响幅度也会不同，即利率的上涨或下跌对价格的影响是不对称的。

- 例:有10年期息票率为7%的债券,其当前价格为1042.65美元,收益率为6%,如果市场要求利率上升50或100个基点,其价格将分别下降3.54%和6.92%。如果利率下降50或100个基点,则债券会上升3.71%和7.59%。

期限	现金流	初始利率	变化幅度 (基点)			
			50.00	100.00	-50.00	-100.00
1	35	33.98	33.90	33.82	34.06	34.15
2	35	32.99	32.83	32.67	33.15	33.31
3	35	32.03	31.80	31.57	32.26	31.71
4	35	31.10	30.80	30.50	31.40	30.93
...
...
...
18	35	20.56	19.68	18.84	21.48	22.44
19	35	19.96	19.96	18.21	20.90	21.89
20	1035	573.05	545.93	520.16	601.59	631.63
债券价值		1074.39	1036.35	1000.00	1114.20	1155.89
债券价格变化幅度			-3.54%	-6.92%	3.71%	7.59%



第一节 债券价格变化的特征

- 市场利率、票面利率对债券价格的影响：
- 市场利率与票面利率相等时，债券价格与面值相等；
- 市场利率高于票面利率时，人们不会购买低票面利率的债券，该债券的价格必然下降；
- 债券价格高于面值所形成的资本损失恰好抵消票面利率高于市场利率的利差部分。
- 市场利率低于票面利率时，人们争相购买高票面利率的债券，该债券的价格必然上升。债券价格低于面值所形成的资本利得恰好弥补票面利率低于市场利率的利差部分。



第一节 债券价格变化的特征

- 市场利率与票面利率的大小决定债券价格与面值的关系：
 - 市场利率 = 票面利率，价格 = 面值
 - 市场利率 > 票面利率，价格 < 面值
 - 市场利率 < 票面利率，价格 > 面值



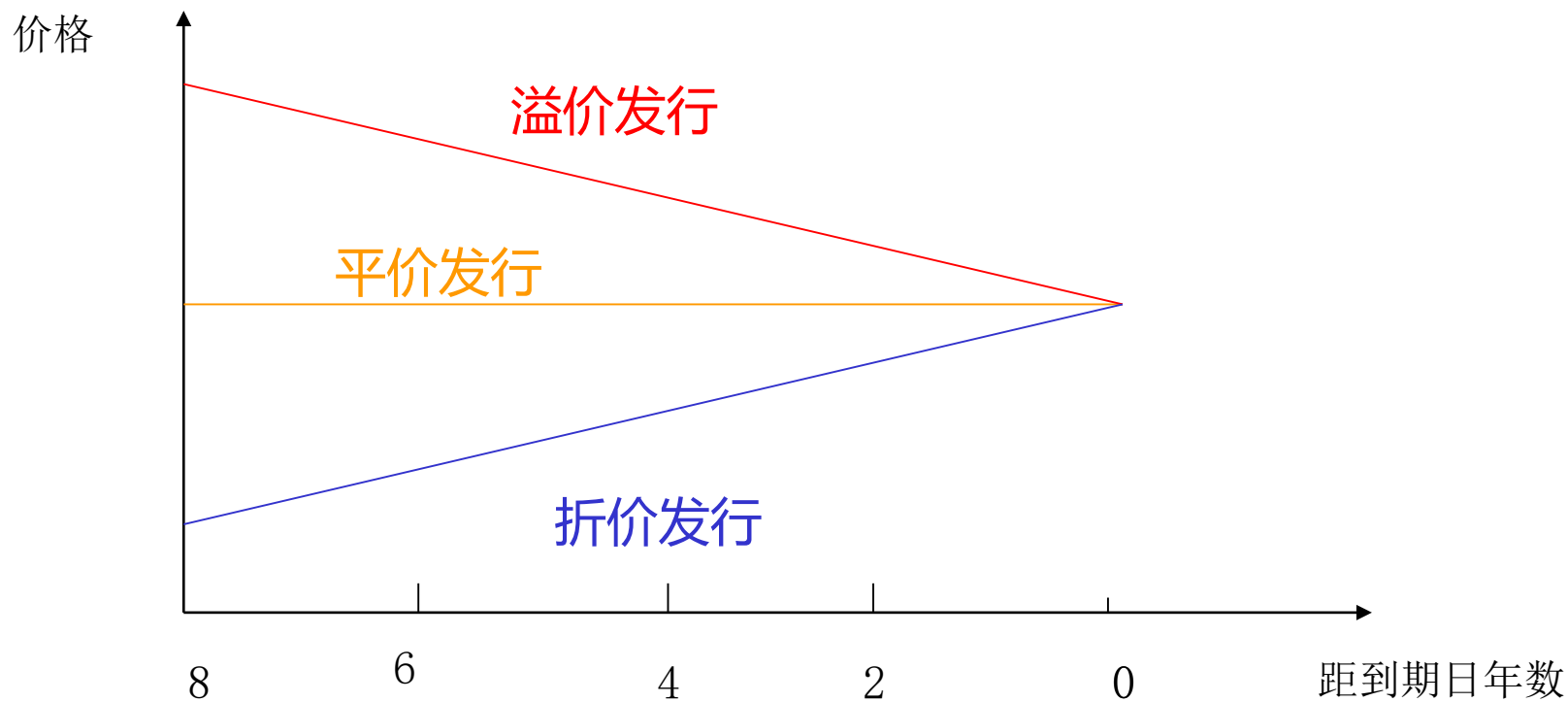
第一节 债券价格变化的特征

- 债券价格与到期时间的关系：

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{I}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

- 随着到期日的临近，债券价格趋于面值。

第一节 债券价格变化的特征





第一节 债券价格变化的特征

- 债券价格与到期时间的关系：

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{I}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

- 债券价格与期限增加的关系十分复杂。



第一节 债券价格变化的特征

- 债券价格、到期期限以及到期收益率的数学方法分析
- 常清英（中国农业大学），林清泉（中国人民大学）
- 中国农业大学学报2003（8）

- **摘要：**对债券市场价格与息票率、到期收益率以及到期期限等参数关系的研究通常采用实证方法。本文采用数学分析方法，利用计算机进行数据处理，对以上各参数之间关系进行严格论证。通过对量化结果的讨论，提出分析各参数对债券影响的有效方法，得出一些有意义的结果。



第一节 债券价格变化的特征

- 债券期限与发行价格的关系探讨
- 舒敏(浙江财经学院) 财会月刊2010 (28)
- **摘要：**本文通过分析与举例来说明债券期限与债券发行价格两者之间的关系：
 - 当市场利率小于票面利率时，期限越长债券发行价格越高；
 - 当市场利率大于票面利率时，期限越长债券发行价格越低；
 - 当市场利率等于票面利率时，期限不影响债券发行价格。

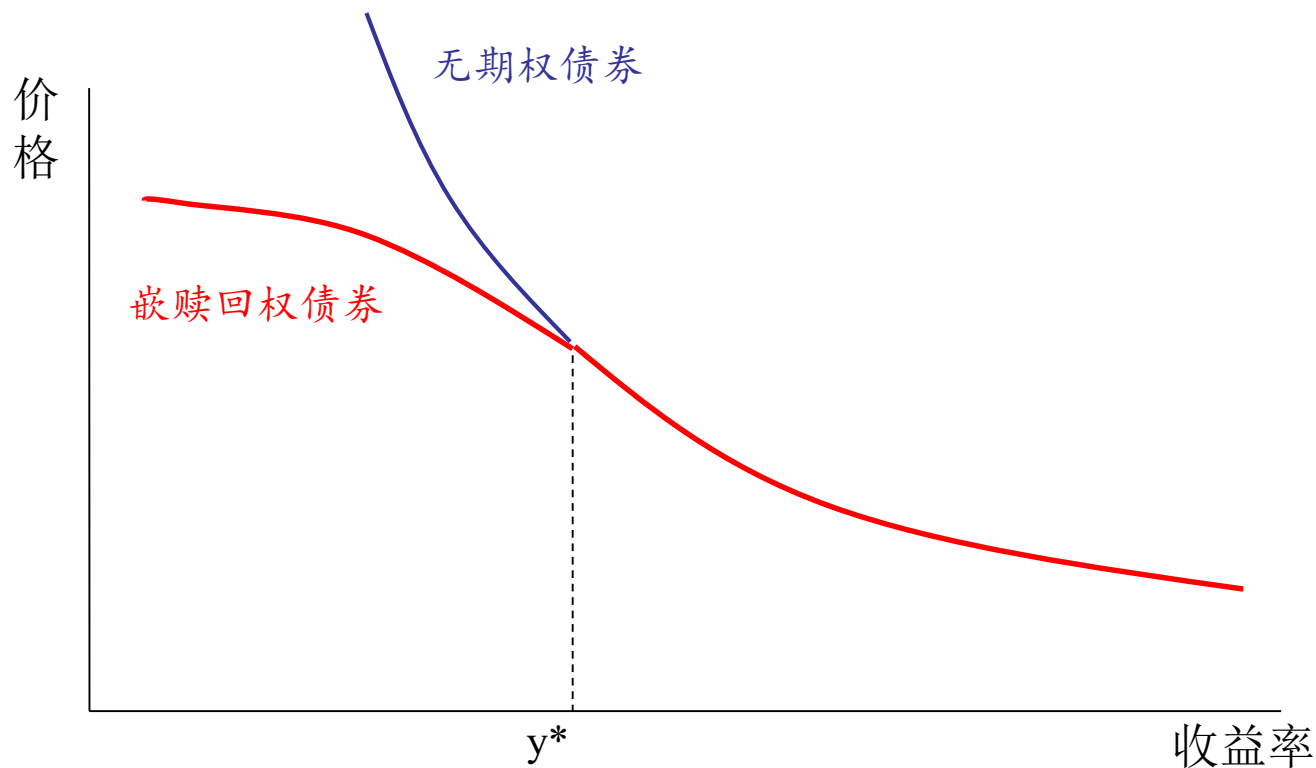


第一节 债券价格变化的特征

- 债券价格与到期时间的关系：
- 当票面利率大于市场利率时，期限越长，债券发行价格越高；
- 当票面利率小于市场利率时，期限越长，债券发行价格越低；
- 当票面利率等于市场利率时，期限不影响债券发行价格。

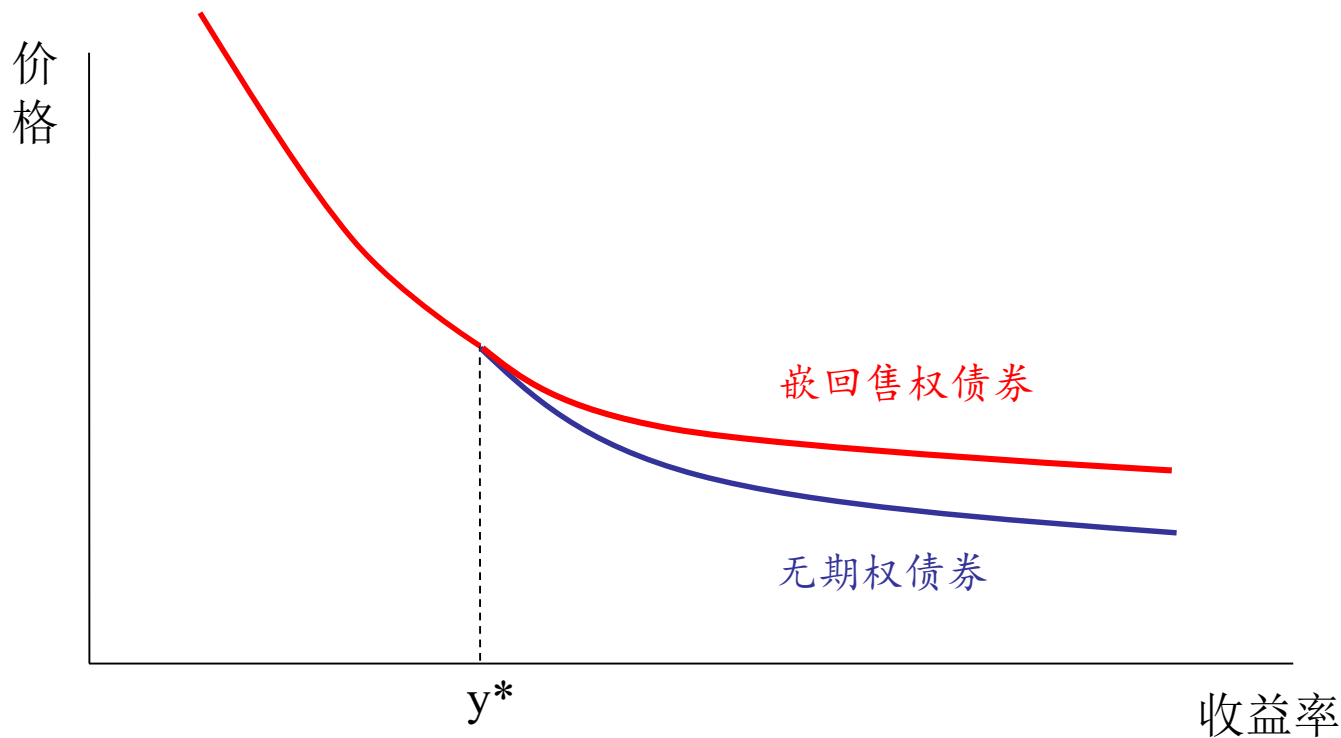
第一节 债券价格变化的特征

■ 嵌赎回权债券收益率—价格曲线



第一节 债券价格变化的特征

■ 嵌回售权债券收益率—价格曲线





第二节 债券的价值

- 1年付息 k 次的债券价值计算公式：

$$V = \sum_{t=1}^{kn} \frac{I/k}{(1+r/k)^t} + \frac{F}{(1+r/k)^{kn}}$$



第二节 债券的价值

- 零息债券的定价公式：

$$V = \frac{F}{(1+r)^n}$$

- 例9 某8年期的零息债券，到期价值为1000美元的，年市场利率为8%，计算其价格。

第二节 债券的价值

- 债券期限不足1年时，以年利率表示适当贴现率，债券的期限用年来度量，并表示成某个分数值，1年按365天计（也有的1年以360天计）。
- 期限为 T (<365) 天的零息债券的价格为：

$$V = \frac{F}{(1+r)^{T/365}}$$

第二节 债券的价值

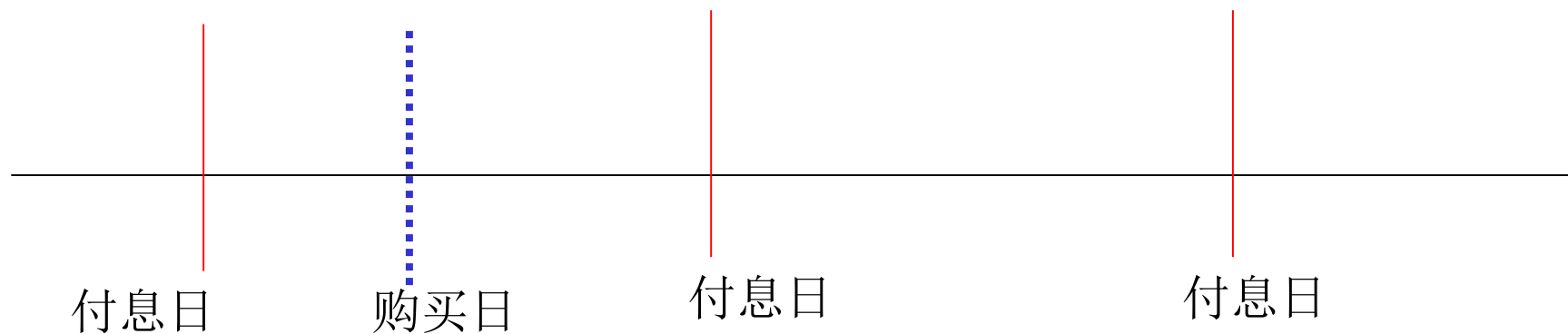
- 债券期限不足1年时，以年利率表示适当贴现率，债券的期限用年来度量，并表示成某个分数值，1年按365天计（也有的1年以360天计）。
- 期限为T（<365）天的零息债券的价格为：

$$V = \frac{F}{(1+r)^{T/365}}$$



第二节 债券的价值

- 在利息支付日间的债券定价

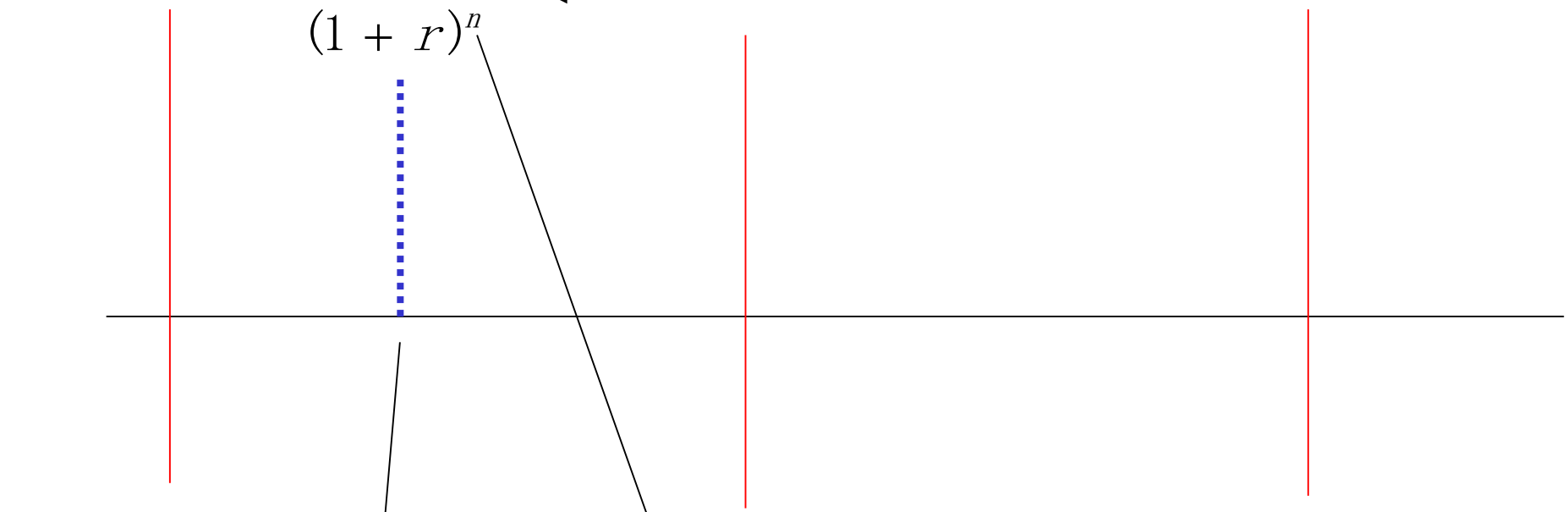
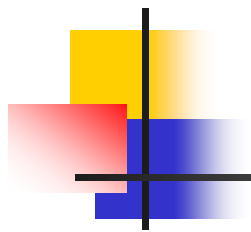


折现到第一次
付息日

折现到购买日

$$\frac{I}{(1+r)^n(1+r)} \quad \leftarrow \quad \frac{I}{(1+r)} \quad \leftarrow \quad I$$

$$\frac{I}{(1+r)^n} \quad \leftarrow \quad I$$



付息日

购买日

第1次付息日

第2次付息日

**价格清算日距下一次利息支付日
之间的天数/利息支付期的天数**

第二节 债券的价值

■ 在利息支付日之间的债券定价

$$V = \sum_{t=1}^M \frac{I}{(1+r)^n (1+r)^{t-1}} + \frac{F}{(1+r)^n (1+r)^{M-1}}$$

价格清算日距下一次利息支付日之间的天数/利息支付期的天数



第二节 债券的价值

- **思考问题：**
- 对于现金流的数额不等、支付时间不等以及折现率不等的债券如何定价？



第二节 债券的价值

- 套利活动
- 市场价格 $P <$ 理论价格 V 时,

$$V = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

- 套利者借入一笔资金 P ， 购买债券并持有到期， 可获得无风险利润。



第二节 债券的价值

- 套利活动的步骤：
- 确定借款总规模、借款笔数和每笔借款数额。
- 预测今后各期收到债券产生的现金流，以及需要归还的借款本息，并对比二者，计算出净现金流。
- 计算出套利结果。



第二节 债券的价值

- 套利活动的机制：
- 套利者借款，会增加借贷市场上的资金需求，抬高市场借款的利率，压低了债券的理论价格；
- 套利者购买债券时，增加了债券需求，推动了市场上债券价格的上涨；
- 套利活动的两方面促使被低估的债券市场价格向其理论价格（均衡价格）靠拢。



第二节 债券的价值

- 市场价格 $P >$ 理论价格 V 时,

$$V = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

- 套利者借入债券并立即抛售，获得资金进行投资。
- 具体步骤如何?



第二节 债券的价值

- **问题：**假设没有交易成本，且证券是可以无限分割的。若一面值100美元、息票率为8%且每半年支付一次利息的债券，还有6个月到期，交易报价为97.54美元，另外有一零息债券，也还有6个月到期，按9%的贴现率合理定价。是否存在套利机会？如何套利？



第二节 债券的价值

- 答案
- 付息债券6个月到期时现金流为 $(100+8\%/2)=104$ 美元,
- 按9%的收益率折现, 其价格为 $104/(1+9\%/2)=99.52$ 美元。
- 由于报价为97.54美元, 所以付息债券的价值被低估,有套利机会。
- 套利交易:
- 由于零息债券当前价格为 $100/(1+9\%/2)=95.69$ 美元,
- 先卖空 $99.52/95.69=1.04$ 个单位的零息债券,
- 然后用所得收入购买 $99.52/97.54=1.02$ 个单位的付息债券。
- 到期套利利润为: $1.02 \times 104 - 1.04 \times 100 = 2.08$ (美元) 。